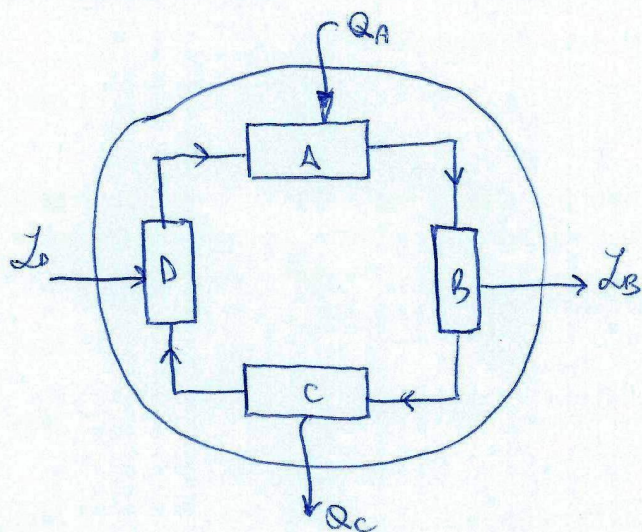


Il primo principio della termodinamica

Consideriamo come sistema la seguente macchina:



Essa è in regime!

- termodinamica: funzioni di stato costanti;
- di massa: il fluido non subisce né acquisto né perdita di massa;
- cinematica: portata e velocità sono costanti

La trasformazione è ciclica poiché il fluido, dopo aver attraversato i quattro organi di macchina, torna nelle stesse condizioni iniziali.

In qualsiasi modo si modifichi gli organi di macchina vale la relazione:

$$\frac{\sum_i Q_i}{\sum_j L_j} = A$$

Il che significa, usando l' enunciato di Poincaré (1928), che "quando un sistema chiuso descrive un processo ciclico il lavoro netto è proporzionale al calore netto scambiato". Ed esso esprime il Primo Principio della Termodinamica.

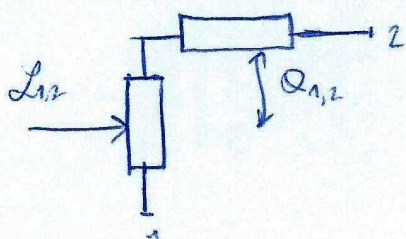
Ricorrendo all'esperienza storica di Joule (il mulinello), si può scrivere:

$$J^* = \frac{1}{A} = 4,187 \frac{\text{kJ}}{\text{kcal}} = 426,6 \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{kcal}} = \frac{1}{860} \frac{\text{kWh}}{\text{kcal}}$$

Esprimendo tutto in calorie o in joule si ottiene un'utile espressione del 1° Principio:

$$\frac{\sum_i Q_i}{\sum_j L_j} = 1 \Rightarrow \sum_i Q_i = \sum_j L_j \Rightarrow \oint dQ = \oint dL \Rightarrow \oint (dQ - dL) = 0$$

Definendo $d\mathcal{E} = dQ - dL \Rightarrow \oint d\mathcal{E} = 0$. "E" è detta energia, si misura in joule, ma, a differenza di Q e L, è una funzione di stato! Determinati Q e L, esiste un unico valore di E. Non vale il contrario: conoscendo E, non si può dire il valore di Q e L. Possiamo scrivere ad esempio:



$$\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = Q_{1,2} - L_{1,2}$$

$$\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = Q_{1,2} - L_{1,2}$$

"E" non si può conoscere in modo assoluto; si fissa un riferimento arbitrario

Se un sistema è isolato la variazione di energia, di $\mathcal{E}$, è nulla, cioè l'energia $\mathcal{E}$ è costante. Un esempio di sistema isolato è l'universo.

Differenziando rispetto al tempo:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dL}{dt} = \frac{d\mathcal{E}}{dt} \Rightarrow \dot{Q} - \dot{P} = \frac{d\mathcal{E}}{dt}$$

flusso
termico

potenza termica

Formule valide in condizioni stazionarie.

Il principio di conservazione dell'energia è un corollario del Primo Principio della termodinamica.

Espressioni differenziali.

E è una funzione di stato, con un differenziale esatto. Allora, data la funzione $E = E(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ si può scrivere:

$$dE = \frac{\partial E}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial E}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial E}{\partial x_3} dx_3 + \dots + \frac{\partial E}{\partial x_n} dx_n$$

Escludendo gli effetti d'onda e capillari, energia nucleare ed elettromagnetica, possiamo scrivere:

$$dE = dU_E + dE_p + dE_c$$

Se il sistema di riferimento considerato è stabile con il sistema in analisi si hanno $dE_p = 0$ e $dE_c = 0$ (energie potenziali e cinetiche nulle). Rimane l'energia interna totale, con somma delle energie termodinamiche e chimiche. Escludiamo quella chimica, troppo complessa da studiare, e consideriamo solo quella termodinamica, detta genericamente "energia interna". Quindi:

$$dE = dU = dQ - dL \Rightarrow dU = dQ_{rev} - dL$$

$$\Rightarrow dU = dQ_{rev} - p dv$$

U è funzione di stato, quindi la si può esprimere mediante due sole grandezze di stato:

$$U = U(p, v)$$

$$U = U(T, p)$$

$$U = U(v, T)$$

Perciò:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_v dp + \left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_p dv$$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p dT$$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T dv$$

L'ultima equazione è quella più utile per noi. Definiamo:

Calore specifico a volume costante $C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v$ $\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$
Allora:

$$dU = C_v dT + \left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T dv \Rightarrow \text{per l'isocora } dU = C_v dT$$

Per l'isocora reversibile:

$$dU = C_v dT = dQ_{rev} - p dv \Rightarrow C_v dT = dQ_{rev}$$

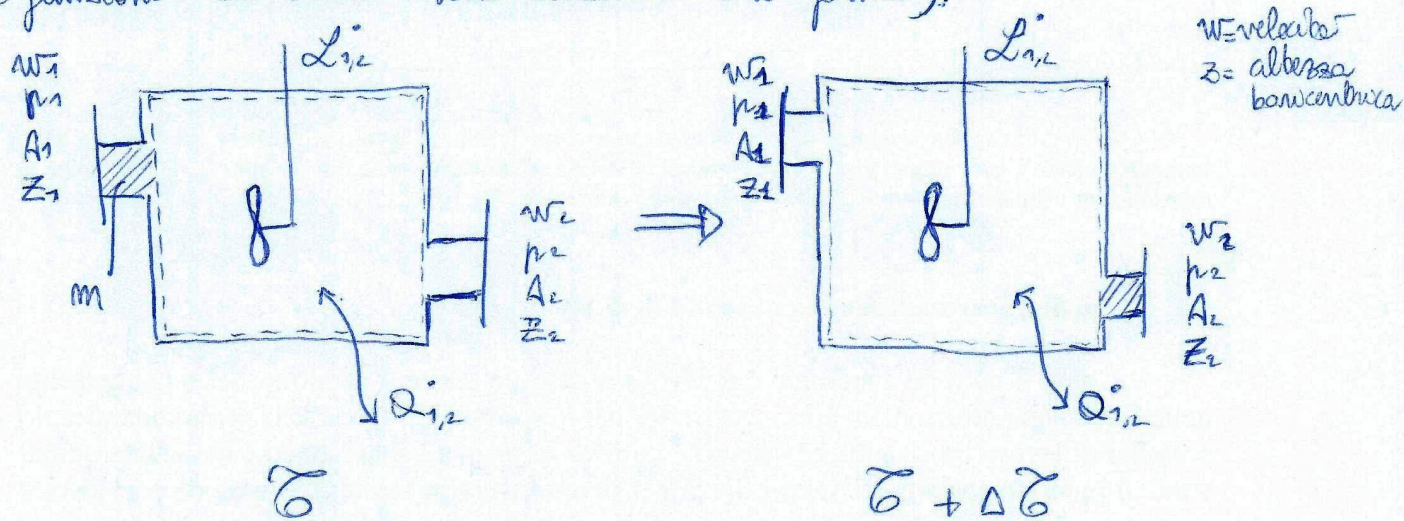
$$\Rightarrow C_v = \left(\frac{dQ_{rev}}{dT}\right)_v$$

Il calore specifico è pari al calore scambiato fatto temperatura a volume costante $\Rightarrow$ si può ricavare C_v sperimentalmente operando in condizioni reversibili.

Il Primo Principio per i sistemi aperti

La macchina termica che abbiamo considerato inizialmente era un sistema chiuso. Tuttavia, affinché il 1° Principio valga universalmente, è necessario dimostrare che può essere applicato anche ai sistemi aperti.

Consideriamo il seguente sistema aperto, in regime permanente di massa, cinematico e termodinamico e monodimensionale (tutte le funzioni di stato sono costanti e uniformi):



Per il 1° Principio:

$$\mathcal{E}^*(T + \Delta T) - \mathcal{E}^*(T) = Q_{1,2} - L_{1,2}$$

Il lavoro è costituito da lavoro di pressione, che spinge il fluido, e lavoro esterno netto, quello diverso dal lavoro di pressione:

$$L^* = L_e + L_p$$

Consideriamo l'ingresso del volume di controllo e poi l'uscita:

$$L_{p1} = -p_1 A_1 z_1 = -p_1 V_1 \frac{m}{m} = -m p_1 v_1 \quad L_{p2} + p_2 A_2 z_2 = p_2 V_2 \frac{m}{m} = +m p_2 v_2$$

$$\Rightarrow L_{p1,2} = L_{p1} + L_{p2} = m p_2 v_2 - m p_1 v_1 = m (p_2 v_2 - p_1 v_1)$$

Il primo membro dell'equazione del 1° Principio vale:

$$\mathcal{E}^*(T + \Delta T) - \mathcal{E}^*(T) = \mathcal{E}_{\text{tot}}^*(T + \Delta T) - \mathcal{E}_{\text{tot}}^*(T) + (E_2 - E_1) m$$

Il primo termine è nullo perché il contenuto energetico della massa del volume di controllo non cambia. Varie invece quella della massa m che attraversa il volume!

$$Q_{1,2} - L_{1,2} = Q_{1,2} - L_{e1,2} - L_{p1,2} = (E_2 - E_1) m \quad / \cdot \frac{1}{m}$$

$$\Rightarrow Q_{1,2} - L_{e1,2} = p_2 v_2 - p_1 v_1 + U_2 - U_1 + \frac{1}{2} (w_2^2 - w_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

Infatti in generale $\mathcal{E} = U + \frac{w^2}{2} + g z$.

Allora:

$$Q_{1,2} - L_{1,2} = (U_2 + p_2 v_2) - (U_1 + p_1 v_1) + \frac{\rho}{2} (w_2^2 - w_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

Definendo l'entalpia $h = U + p v$ si ottiene $[\text{kg}/\text{kg}]$:

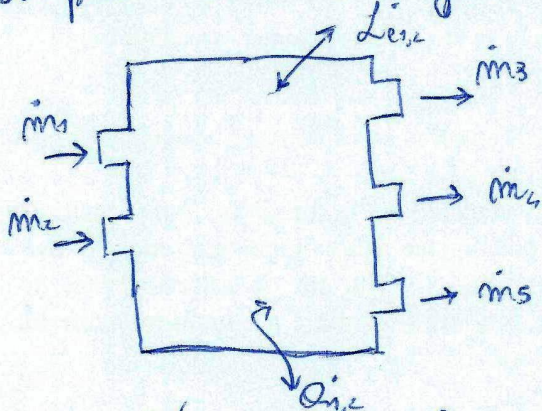
$$Q_{1,2} - L_{1,2} = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

Ecco la formulazione del I Principio per i sistemi aperti. h non ha significato fisico, ma è utile operativamente.

Usando gli infinitesimi:

$$dq - dLe = dh + d\left(\frac{w^2}{2}\right) + g dz$$

Con più banchi d'ingresso e di uscita:



$$\sum_j \dot{m}_j = 0$$

$\dot{m}_j > 0$ se entrante

$\dot{m}_j < 0$ se uscente

Si ha:

$$Q_{1,2} - L_{1,2} = \Delta \dot{Q} \sum_i \dot{m}_i \left(h_i + \frac{w_i^2}{2} + g z_i \right)$$

Derivando rispetto al tempo:

$$\dot{Q} - \dot{P} = \sum_i \dot{m}_i \left(h_i + \frac{w_i^2}{2} + g z_i \right)$$

Abbiamo usato in portate massa, cioè la massa passante nell'unità di tempo. Esiste poi la portata volumetrica, il volume passante nell'unità di tempo, $\dot{v}$. Abbiamo:

$$\dot{m} = \rho \dot{v} \quad \Longleftrightarrow \quad \dot{v} = \frac{\dot{m}}{\rho}$$

L'Entalpia

Consideriamo più da vicino la funzione di stato entalpia:

$$H = U + pV \Rightarrow dH = dU + p dV + V dp$$

Se la trasformazione è reversibile:

$$dQ_{rev} = dU + p dV \Rightarrow dH = dQ_{rev} + V dp$$

Esprimendo l'entalpia come funzione di n variabili, $H = H(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, abbiamo:

$$dH = \frac{\partial H}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial H}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial H}{\partial x_3} dx_3 + \dots + \frac{\partial H}{\partial x_n} dx_n$$

In analogia all'energia interna è possibile esprimere l'entalpia mediante due altre funzioni di stato (se il sistema è termodinamico):

$$H = H(T, V)$$

$$H = H(p, V)$$

$$H = H(T, p)$$

È quindi, in termini differenziali:

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T dV \quad dH = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_V dp + \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_p dV$$

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T dp$$

Consideriamo la terza equazione e introduciamo il calore specifico a pressione costante, $C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p$:

$$dH = C_p dT + \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T dp$$

Se la trasformazione è isobara ($p = \text{cost} \Rightarrow dp = 0$):

$$dH = C_p dT$$

Se è isobara reversibile:

$$dH = C_p dT = dQ_{rev} + V dp = dQ_{rev} \Rightarrow C_p = \left(\frac{dQ_{rev}}{dT}\right)_p \left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}}\right]$$

Cio' ci consente di definire il calore specifico a pressione costante come la quantità di calore necessaria a far variare di 1 K la temperatura di 1 kg di una sostanza.

Per un gas perfetto si può dimostrare che $\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = 0$, quindi:

$$dH = C_p dT + \underbrace{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T}_{=0} dp = C_p dT \Rightarrow C_p = C_p(T) = a' + b'T + c'T^2 + d'T^3$$
$$\Rightarrow H = H(T)$$

H è funzione della sola temperatura. Inoltre, dipendendo da U , non se ne ha un valore assoluto ma solo relativo a un riferimento scelto. Per g.p. $dH = C_p dT$ e $dU = C_v dT$, quindi:

$$H_1 - H_0 = \int_0^1 C_p dT = C_p (T_1 - T_0)$$

$$U_1 - U_0 = \int_0^1 C_v dT = C_v (T_1 - T_0)$$

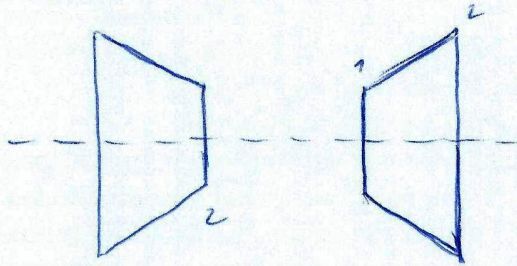
Applicazioni del I Principio ad alcuni sistemi aperti.

Partiamo dall'equazione del I Principio:

$$dA - dZ = dH + d\left(\frac{W^2}{2}\right) + g dz \Rightarrow q - P = \dot{m}_2 \left(H_2 + \frac{W_2^2}{2} + g z_2 \right) - \dot{m}_1 \left(H_1 + \frac{W_1^2}{2} + g z_1 \right)$$

Applicheremo ai seguenti sistemi aperti:

1) Ugelli e diffusori (incrementano velocità a spese di pressione o viceversa):



Ugello
 $S_1 > S_2$
accelerazione
del fluido

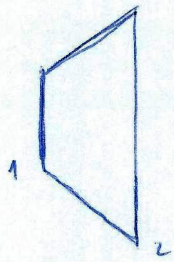
Diffusore
 $S_1 < S_2$
decelerazione
del fluido

$$\left. \begin{array}{l} P = 0 \\ q \cong 0 \\ z_1 = z_2 \\ \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

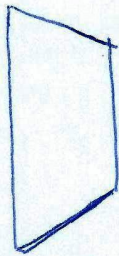
$$\begin{array}{l} \text{I Principio} \\ 0 = \dot{m} \left[(H_2 - H_1) + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} \right] \\ \Rightarrow H_1 - H_2 = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} \end{array}$$

Ne segue che la variazione di velocità avviene a favore o a spese dell'energia statica.

2) turbine e turbocompressori (ricevono o erogano lavoro a spese della pressione):



turbina



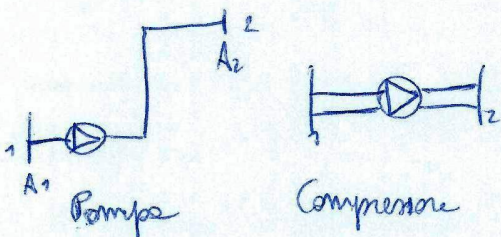
turbocompressore

$$\left. \begin{array}{l} q \cong 0 \\ z_1 = z_2 \\ W_1 \cong W_2 \\ \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{l} \text{I Principio} \\ -P = \dot{m} (H_2 - H_1) \end{array}$$

Il lavoro fornito fa variare l'entalpia.

3) pompe e compressori:



Pompa

Compressore

$$\left. \begin{array}{l} q \cong 0 \\ \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{l} \text{I Principio} \\ -P = \dot{m} \left[(H_2 - H_1) + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right] \\ \text{se } A_1 \neq A_2 \end{array}$$

Invece se $A_1 = A_2$ (e $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$):

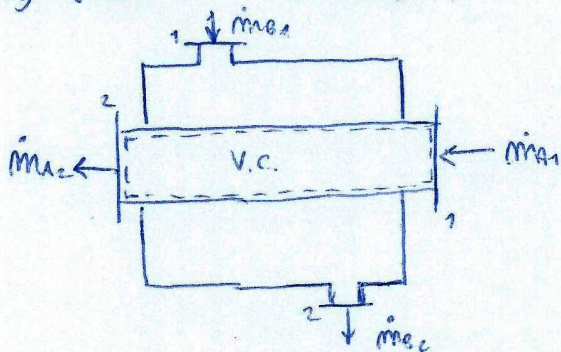
$$p_1 W_1 A_1 = p_2 W_2 A_2 \Rightarrow W_1 = W_2 \Rightarrow -P = \dot{m} [(H_2 - H_1) + g(z_2 - z_1)]$$

eq. di continuità

Ricordando che $H = U + p v \Rightarrow H_2 - H_1 = U_2 - U_1 + (p_2 v_2 - p_1 v_1)$, che $U_2 = U_1$ per i liquidi compressi (solo per le pompe, perché $U = U(T)$ con $T_2 = T_1$) e infine che $v_2 = v_1 = v$:

$$\begin{aligned} H_2 - H_1 &= \frac{U_2 - U_1}{\dot{m}} + (p_2 v_2 - p_1 v_1) = v(p_2 - p_1) \\ \Rightarrow -P &= \dot{m} [v(p_2 - p_1) + g(z_2 - z_1)] \end{aligned}$$

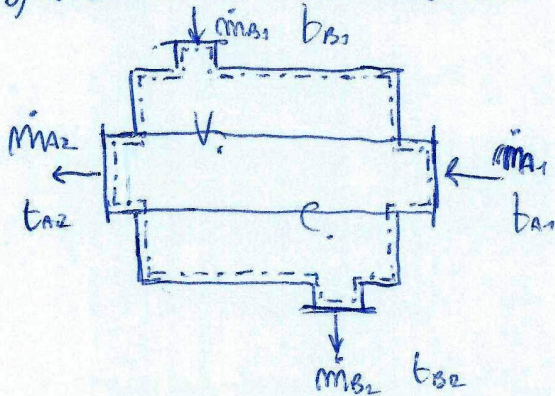
- 4) Scambiatori di calore:
a) volume di controllo 1:



$$\begin{aligned} P_c &= 0 \\ z_1 &= z_2 \\ W_1 &= W_2 \\ \dot{m}_1 &= \dot{m}_2 = \dot{m}_A \end{aligned}$$

$$\Rightarrow q = \dot{m}_A (h_2 - h_1) \quad \text{Principio}$$

- b) volume di controllo 2:



$$\begin{aligned} P_c &= 0 \\ q &= 0 \\ \dot{m}_1 &= \dot{m}_2 = \dot{m}_A \\ \dot{m}_{B1} &= \dot{m}_{B2} = \dot{m}_B \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_A [(h_{A2} - h_{A1}) + \frac{W_{A2}^2 - W_{A1}^2}{2} + g(z_{A2} - z_{A1})] + \dot{m}_B [(h_{B2} - h_{B1}) + \frac{W_{B2}^2 - W_{B1}^2}{2} + g(z_{B2} - z_{B1})] = 0 \quad \text{Principio}$$

Equazione valida anche a livello rigoroso, mentre brevemente. A livello pratico, però, si possono supporre nulli i termini che coinvolgono velocità e quote perché irrilevanti in confronto agli scambi termici. Quindi si scrive:

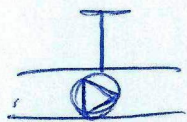
$$\dot{m}_A (h_{A2} - h_{A1}) + \dot{m}_B (h_{B2} - h_{B1}) = 0 \Rightarrow \dot{m}_A (h_{A2} - h_{A1}) = \dot{m}_B (h_{B1} - h_{B2})$$

Con gas perfetto o liquido compresso:

$$dh = c_p dT \Rightarrow \dot{m}_A \bar{c}_{pA} (T_{A2} - T_{A1}) = \dot{m}_B \bar{c}_{pB} (T_{B1} - T_{B2})$$

Se la variazione di temperatura è piccola si linearizza la dipendenza del calore specifico da essa.

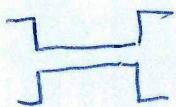
- 5) valvole di laminazione: sottopongono il fluido a un passaggio obbligato più stretto facendo così diminuire la pressione:



valvola



setto
perso



capillare

$$\begin{aligned} P_c &= 0 \\ q &= 0 \\ z_1 &= z_2 \\ \dot{m}_1 &= \dot{m}_2 = \dot{m} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow h_2 = h_1 + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = 0 \quad \text{Principio}$$

Ultimo si può approssimare $W_1 \approx W_2$, da cui $h_2 = h_1$. Il processo è dunque isentropico. Se il fluido è un gas perfetto, la funzione della sola temperatura e il processo è isoterico.